Université Mohammed V- Agdal
Faculté des Sciences
Département de Physique

Année universitaire 05-06

MECANIQUE - T.D.6
S.V. et S.T.U.

I- le débit de l'eau dans un tuyau d'un rayon de 2 cm vaut 0.01 m^3/s à 20 °C.
a- Quelle est la vitesse moyenne de l'eau?
b- Quelle est la nature de l'écoulement? η (eau à 20°C) = 0.6947 10^{-3} Pa.s

II- Considérons l'écoulement du sang à 37 °C dans une artère de 2 mm de rayon.
Jusqu'à quelle vitesse moyenne du sang l'écoulement reste-t-il laminaire?
Quel est le débit Q correspondant? η(37 °C)= 2.084 10^{-3} Pa.s.

III- Le rayon intérieur d'une grosse artère d'un chien est de 4 mm.
Le débit du sang à travers l'artère est de 1 cm^3/s.
a- Calculer les vitesses moyenne et maximale du sang?
b- Calculer la chute de pression le long de l'artère sur une longueur de 10 cm.
La viscosité du sang η à 37 °C est égale à 2.084 10^{-3} Pa.s.
c- Quelle est la puissance requise pour entraîner l'écoulement sanguin dans l'artère?
Commenter le résultat obtenu sachant que le métabolisme d'un chien est supérieur ou égal à 10 W.

IV/ Une boule de Bowling en acier et de rayon 10 cm tombe d'un air bus.
a- Quelle est sa vitesse limite?
b- Quand elle dépassera la vitesse du son?
On donne: ρ_{acier}=7.85 10^3 Kg/m^3, ρ_{air}=1.20 Kg/m^3 ,η_{air}= 1.73 10^{-5} Pa.s

V- L'artère pulmonaire, qui connecte le cœur aux poumons a une longueur de 85 mm et présente une chute de pression sur cette longueur de 450 Pa. Si le rayon interne de cette artère vaut 2.4 mm,
Calculer la vitesse moyenne du sang dans cette artère?

VI- Le rayon de l'artère aorte d'un adulte moyen est de 13 mm.
Sachant que le débit sanguin est de 100 cm^3/s,
Calculer la résistance à l'écoulement et la perte de charge sur une distance de 20 cm.
On supposera l'écoulement laminaire.

VII- Pour une personne au repos, les conditions physiologiques dans l'artère pulmonaire sont à peu près : Le rayon intérieur de l'artère est de 2,4 mm. La vitesse moyenne v du sang est de 1,4 m/s. La viscosité du sang η à 37 °C est égale à 2,084 10^{-3} Pa.s et la masse volumique du sang est de 1060 kg/m^3.-
1- Calculer Le débit du sang à travers cette artère.
2- Calculer le nombre de Reynolds ? En déduire la nature de l'écoulement
3- Calculer la perte de charge le long de l'artère sur une longueur de 85 mm ?

Corrigé de la série n°6
Mécanique des fluides visqueux

I/

a- $Q = Av_{moy} \Leftrightarrow v_{moy} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$ **A.N. :** $v_{moy} = \frac{0.01}{\pi\, 4 10^{-4}} = 7.96\ m/s$

b- Le nombre de Reynolds est donné par : $N_R = \frac{2R\rho v_{moy}}{\eta}$

A.N. : N_R= 316815 > 3000 : l'écoulement est turbulent.

II/ L'écoulement est laminaire si $N_R \leq 2000 \Leftrightarrow \frac{2R\rho v_{moy}}{\eta} \leq 2000 \Leftrightarrow v_{moy} \leq 2000\frac{\eta}{2R\rho}$

A.N. : $v_{moy} \leq 098\ m/s$

Le débit est $Q = Av_{moy} = \pi r^2 v_{moy}$ **A.N. :** $Q = 123\, 10^{-5}\ m^3/s$

III/

a- $Q = Av_{moy} \Leftrightarrow v_{moy} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$ **A.N. :** $v_{moy} = \frac{0.001}{\pi\, 16 10^{-6}} = 1.99\, 10^{-2}\ m/s$

b- $\Delta P = \frac{8v_{moy}\eta\ell}{R^2}$ (loi de Poiseuille) **A.N. :** $\Delta P = 2.1\, Pa$

c- la puissance st donnée par $\mathcal{P} = \Delta P\, v_{moy}\, \pi R^2$ **A.N. :** $\mathcal{P} = 2.1\ \mu W$

La puissance nécessaire pour pomper le sang à travers cette artère est très faible devant le métabolisme (qui est de $10\ W$)

IV- On a 3 forces :
Le poids, la poussée d'Archimède et la force de frottement visqueux.
Pour avoir une vitesse limite, il faut que la somme vectorielle des 3 forces soit nulle.
D'où après projection sur un axe descendant:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{acier} g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air} g + 6\pi R \eta_{air} v_{\lim}$$

A.N. : $v_{\lim} \approx 10^6\ m/s$. Ce résultat n'a aucune signification physique car la vitesse de la boule est une vitesse relativiste $(\approx \frac{1}{100}C)$.

On travaillera alors en régime turbulent où la force de frottement visqueux est donnée par :

$$F = \frac{1}{2}A\pi R^2 \rho_{air} v^2$$

Dans ce cas, on obtient : $v_{\lim} = \sqrt{\frac{8Rg}{3A\rho_{air}}}$

A.N. : $v_{\lim} \approx 267\ m/s$.

V/ Loi de Poiseuille $\Delta P = \frac{8 v_{moy}\, \eta\, \ell}{R^2} \Leftrightarrow v_{moy} = \frac{\Delta P\, R^2}{8\, \eta\, \ell}$ **A.N. :** $v_{moy} = 1.83$ m/s

VI/ Pour un écoulement laminaire, la résistance à l'écoulement est donnée par : $R_f = \frac{8\, \eta\, \ell}{\pi\, R^4}$

A.N. : $R_f = 37162\ Pa.s/m^3$

On a $R_f = \frac{\Delta P}{Q} \Leftrightarrow \Delta P = R_f\, Q$ **A.N.:** $\Delta P = 3.72\ Pa$

Cette valeur est très faible par comparaison à la perte de charge totale du système cardiovasculaire qui est de l'ordre de 13.3 kPa. La majeur partie des résistances vasculaires et des pertes de charge se produit dans les artères de petit calibre (artères terminales, capillaires ...)

VII/

1- $Q = A v_{moy} = \pi\, r^2\, v_{moy}$ **A.N. :** $Q = 2.53\, 10^{-5}\ m^3/s$

2- $N_R = \frac{2R\, \rho\, v_{moy}}{\eta}$ **A.N. :** $N_R = 3418$

$N_R \succ 3000$: l'écoulement est turbulent

3- $\Delta P = \frac{8 v_{moy}\, \eta\, \ell}{R^2}$ **A.N. :** $\Delta P = 344\ Pa$